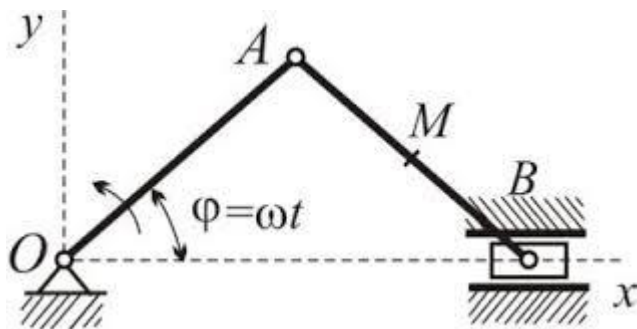
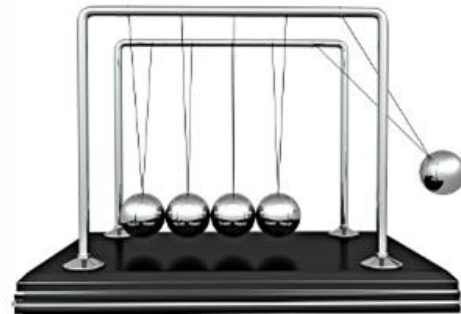


КІНЕМАТИКА ОБЕРТАЛЬНОГО РУХУ.



У класичній механіці загальноприйнятою є концепція простору й часу, розроблена І. Ньютоном («Математичні принципи натуральної філософії», 1687 р.)

Відповідно до цієї концепції :

Абсолютний, дійсний, математичний час сам по собі й по самій своїй суті, без усякого відношення до чого-небудь зовнішнього, протікає рівномірно й інакше називається тривалістю.

Всі рухи можуть прискорюватися або уповільнюватися, спливання ж абсолютного часу змінюватися не може.

Абсолютний простір за самою своєю сутністю, безвідносно до чого-небудь зовнішнього, залишається завжди однаковим і нерухомим.

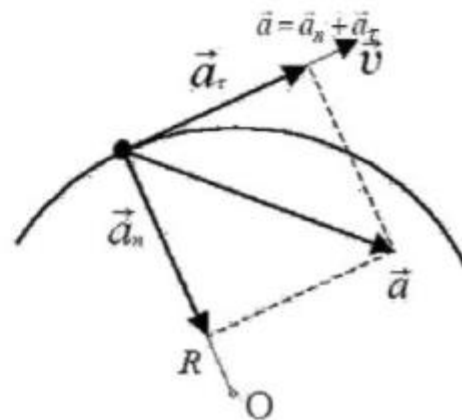
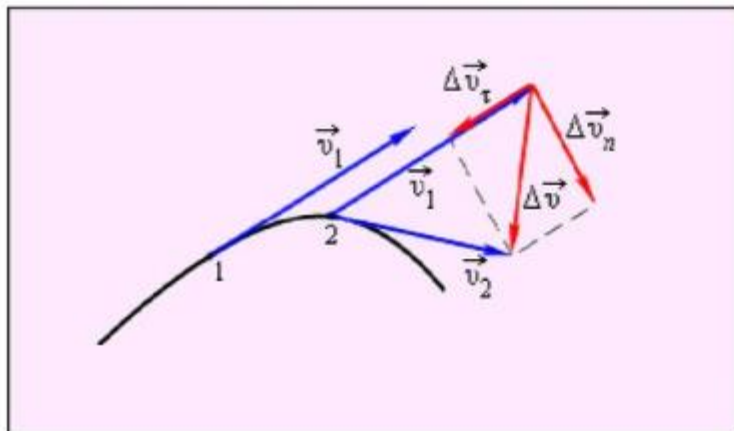
Таким чином, механіка Ньютона розглядає простір і час у відриві один від одного й від руху матеріальних тіл, що відповідало рівню знань того часу.

Будь-який рух твердого тіла можна представити як комбінацію поступального й обертального рухів.

Поступальний рух – це рух, при якому всі точки тіла за однаковий час роблять рівні за величиною й напрямком переміщення, тобто в кожен момент часу швидкості й прискорення всіх точок тіла однакові, а це значить, що будь-яка пряма, жорстко пов'язана з тілом, що рухається, залишається паралельною до свого первісного положення.

Обертальний рух – це рух, при якому всі точки тіла рухаються по колах, центри яких лежать на одній і тій же прямій, що називається **віссю обертання**.

- ✖ Прискорення в системі СІ $[a]=\text{м/с}^2$
- ✖ В загальному випадку криволінійного руху вектор прискорення визначається як сума двох складових



Нормальний, тангенціальний вектор.

- * Вектор $\vec{a}_n$ називається нормальним (доцентровим) прискоренням, він спрямований по нормалі до траєкторії до центру її кривизни. Нормальне прискорення виникає тоді, коли вектор швидкості змінює свій напрямок.
- * Вектор $\vec{a}_\tau$ називається тангенціальним прискоренням, він спрямований по дотичній до траєкторії. Тангенціальне прискорення виникає при зміні модуля швидкості.

Модуль повного прискорення

$$a = \sqrt{a_n^2 + a_\tau^2}.$$

* В курсі механіки доводиться, що

$$a_n = \frac{v^2}{R}, \quad a_\tau = \frac{dv}{dt}$$

R – радіус кривизни траєкторії.

Окремі випадки:

1. $\vec{a}_n = 0$ $\vec{a}_\tau = 0$ – прямолінійний рівномірний рух

$$\vec{a}_n = 0, \quad \vec{a} = \vec{a}_\tau = \text{const}$$

2. $\vec{v} = \vec{v}_0 + \vec{a}t$ - прямолінійний рівнозмінний рух

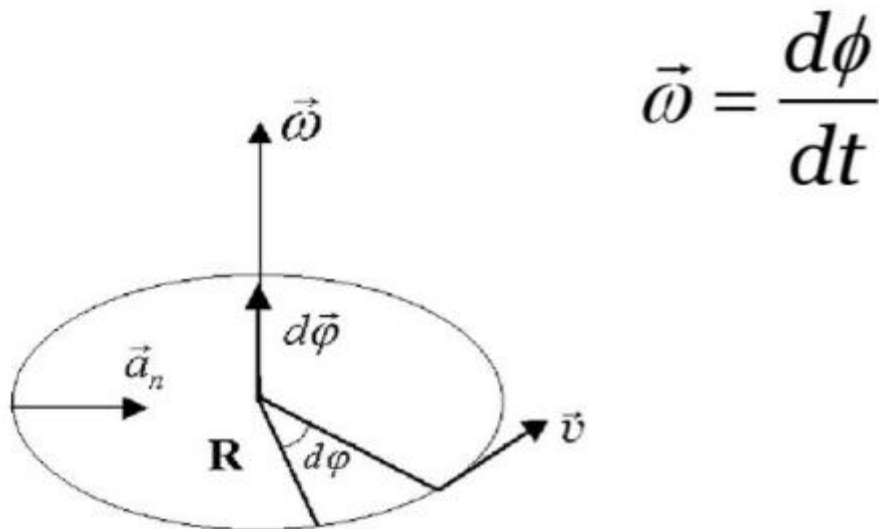
$$s = v_0 t + \frac{a_x t^2}{2}$$

3. $\vec{a}_\tau = 0$ $\vec{a} = \vec{a}_n = \text{const}$ - рівномірний обертальний

рух по колу з постійною за модулем швидкістю

Рух матеріальної точки по колу. Характеристики обертального руху

Для опису обертального руху матеріальної точки зручно використовувати кутові характеристики руху: кутове переміщення , кутову швидкість та кутове прискорення



- * Швидкість руху точки по колу називається лінійною швидкістю

$$v = \omega R.$$

Якщо $\omega = \text{const}$, то обертання рівномірне. Для характеристики рівномірного обертання використовуються період T і частота n обертання. Період обертання T – це час, за який точка здійснює один повний оберт, тобто повертається на кут

$$\omega = \frac{2\pi}{T}, \quad T = \frac{2\pi}{\omega}.$$

- * Частота обертання n – це число повних обертів точки навколо осі за одиницю часу, тобто:

$$n = \frac{1}{T} = \frac{\omega}{2\pi}; \quad \omega = 2\pi n.$$

Для характеристики нерівномірного обертання використовується

$\vec{\varepsilon}$

кутове прискорення

$$\vec{\varepsilon} = \frac{d\vec{\omega}}{dt} = \frac{d^2\vec{\phi}}{dt^2}.$$

Зв'язок нормального та тангенціального прискорення з кутовими характеристиками руху

$$a_{\tau} = \varepsilon R, \quad a_n = \omega^2 R.$$

При рівнозмінному обертальному русі $\varepsilon = \text{const}$ і між кутовими параметрами існують такі залежності:

$$\omega = \omega_0 + \varepsilon t; \quad \Delta\varphi = \omega_0 t + \frac{\varepsilon t^2}{2}.$$

ω_0 — початкова кутова швидкість (при $t=0$).

ЗАДАЧА

Колесо робить 500 об/хв. навколо своєї осі. Внаслідок гальмування колесо зупинилося протягом 2 хв.

Вважаючи рух колеса рівносповільненим, визначити кількість обертів колеса до зупинки. .

Розв'язання задач

Колесо має кутову швидкість:

$$\omega_0 = \frac{\pi n_0}{30} = \frac{\pi \cdot 500}{30} = \frac{50}{3} \pi \text{ c}^{-1}.$$

При рівнозмінному русі:

$$\varphi = \omega_0 t + \varepsilon t^2 / 2, \quad \omega = \omega_0 + \varepsilon t.$$

В момент зупинки $t = t_1$, $\omega_1 = 0$:

$$\varphi_1 = \omega_0 t_1 + \varepsilon t_1^2 / 2, \quad 0 = \omega_0 + \varepsilon t_1.$$

Звідки отримуємо:

$$\varepsilon t_1 = -\omega_0, \quad \varphi_1 = \omega_0 t_1 - \omega_0 t_1 / 2 = \omega_0 t_1 / 2.$$

Число обертів:

$$N = \frac{\varphi_1}{2\pi} = \frac{\omega_0 t_1}{4\pi} = \frac{50\pi \cdot 120}{3 \cdot 4\pi} = 500 \text{ об.}$$

Відповідь: Колесо зробить 500 обертів.

ЗАДАЧА

Маховик починає обертатися із стану спокою рівноприскорено. Зробивши 60 обертів, маховик мав кутову швидкість $6 \text{ } \pi \text{ с}^{-1}$.

Визначити кутове прискорення маховика.



Розв'язання задачі

При рівноприскореному русі
маховика:

$$\begin{cases} \omega = \omega_0 + \varepsilon t, \\ \varphi = \omega_0 t + \varepsilon t^2 / 2. \end{cases}$$

Оскільки $N = 60$ обертів, то $\varphi = 2\pi N = 120\pi$.

Підставимо дані в (*):

$$\begin{cases} 6\pi = \varepsilon t, \\ 120\pi = \varepsilon t^2 / 2. \end{cases}$$

Розв'яжемо систему рівнянь:

$$t = \frac{6\pi}{\varepsilon}, \quad 120\pi = \frac{(6\pi)^2}{2\varepsilon}, \quad \varepsilon = \frac{3\pi}{20} = 0,15\pi \text{ c}^{-2}.$$

Відповідь:

$$\varepsilon = \frac{3\pi}{20} = 0,15\pi (\text{c}^{-2})$$

Відповіді:

- 2.1. Прискорення $a = 16 \text{ м/с}^2$.
- 2.2. Прискорення $a = -4 \text{ м/с}^2$.
- 2.3. Прискорення $a = 4 \text{ м/с}^2$.

Висновок

Для визначення прискорення за рівнянням руху необхідно порівняти це рівняння з загальною формулою рівноприскореного руху і знайти коефіцієнт при t^2 . Цей коефіцієнт, поділений на 2, і буде шуканим прискоренням. Знак прискорення вказує на напрямок руху (плюс - прискорення, мінус - сповільнення).